Приложение 7 ОП ВО

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»

ОМСКИЙ ФИЛИАЛ

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 6664D3EAA7DADC690EE8BAC024716D1B
Владелец: Бахта Андрей Сергеевич
Действителен: с 13.06.2024 до 06.09.2025

УТВЕРЖДЕНО

Директор филиала А.С. Бахта

(электронная подпись)

ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

ФИНАНСЫ И КРЕДИТ
(наименование образовательной программы)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ, реализуемой без применения электронного (онлайн) курса

Б1.В.02 МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ
(индекс, наименование дисциплины (модуля), в соответствии с учебным планом)

Высшее, бакалавриат
(уровень образования)

38.03.01 ЭКОНОМИКА
(код, наименование направления подготовки (специальности)

Бакалавр
(квалификация)

Очная, очно-заочная
(форма(ы) обучения)

Год набора: 2022

Омск, 2024 г.

Авторы-составители:
к.э.н., доцент, доцент кафедры экономики и управления А.В. Адельшин

Заведующий кафедрой экономики и управления, к.э.н., доцент
С.С. Стаурский

Начальник учебного отдела
Е.В. Малахова

Рабочая программа дисциплины «Методы оптимизации» рассмотрена и утверждена на заседании Педагогического совета, протокол от 26 января 2022 г. № 4

Рабочая программа дисциплины «Методы оптимизации» пересмотрена и одобрена на заседании кафедры экономики и управления, протокол от 30 августа 2023 г. № 1, протокол от 30 августа 2024 г. № 1.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы 4
2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО 4
3. Содержание и структура дисциплины 4
4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине 7
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины 20
6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине 21
6.1. Основная литература.....21
6.2. Дополнительная литература.....22
6.3.Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.....22
6.4.Нормативные правовые документы. 22
6.5. Интернет-ресурсы. 22
6.6. Иные источники 22
7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы.....22

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы

1.1. Дисциплина Б1.В.02 Методы оптимизации обеспечивает овладение следующими компетенциями:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ПКр ОС II - 2	Способен использовать методы оптимизации для решения прикладных задач	ПКр ОС II –2.1	Способен применять инструментарий методов оптимальных решений в целях обработки и анализа данных

1.2**.** В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения (дескрипторы)
ПКр ОС II –2.1	**на уровне знаний:** знает основы вариационного исчисления и теории оптимального управления, а также основные методы дискретной оптимизации;
	на уровне умений: умеет решать прикладные задачи оптимального управления и дискретной оптимизации, в том числе задачи линейного программирования;
	на уровне навыков: основной математический аппарат решения оптимизационных задач.

2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО

Объем дисциплины

Дисциплина Б1.В.02 Методы оптимизации составляет 2 зачетные единицы, т.е. 72 академических часа.

На контактную работу с преподавателем выделено 32 часа, из них 16 часов лекций и 16 часов практических занятий, на самостоятельную работу обучающихся выделено 36 часов, на промежуточную аттестацию – 4 часа для очной ф/о; на контактную работу с преподавателем выделено 24 часа, из них 8 часов лекций и 16 часов практических занятий, на самостоятельную работу обучающихся выделено 44 часа для очно-заочной ф/о.

Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина Б1.В.02 Методы оптимизации изучается на 1 курсе, во 2 семестре для студентов очной, очно-заочной ф/о.

Дисциплина Б1.В.02 Методы оптимизации реализуется после изучения дисциплин Б1.В.01 Дифференциальные и разностные уравнения; Б1.О.02 Математический анализ.

Изучение дисциплины заканчивается зачетом (в письменном виде).

3. Содержание и структура дисциплины

Очная форма обучения

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Объем дисциплины, час.			Форма текущего контроля
		Всего	Контактная работа обучающихся с	СРС	

			преподавателем по видам учебных занятий					успеваемости**, промежуточной аттестации***
			Л	**ЛР**	**ПЗ**	**КСР**		
Тема 1	Постановка и классификация задач оптимизации. Общая задача линейного программирования	**4**	2		-		2	*О*
Тема 2	Графический метод решения задач линейного программирования	**6**	-		2		4	*К,О*
Тема 3	Симплексный метод решения задач линейного программирования	**6**	2		2		2	*К,О*
Тема 4	Двойственные задачи линейного программирования	**8**	2		2		4	*К,О*
Тема 5	Задачи линейного программирования транспортного типа	**8**	2		2		4	*К,О*
Тема 6	Общая задача нелинейного программирования. Дробно-линейное программирование	**8**	2		-		6	*К,О*
Тема 7	Выпуклое программирование	**8**	2		2		4	*К,О*
Тема 8	Численные методы решения задач выпуклого программирования	**8**	2		2		4	*К,О*
Тема 9	Динамическое программирование	**12**	2		4		6	*К,О*
Промежуточная аттестация		**4**						*За*
Итого		**72**	**16**		**16**		**36**	

*** – формы текущего контроля успеваемости: контрольные работы (К), опрос (О).*

**** - формы промежуточной аттестации: зачет (За).*

Очно-заочная форма обучения

№ п/п	**Наименование тем (разделов)**	**Объем дисциплины, час.**					**Форма текущего контроля успеваемости**, промежуточной аттестации***
		Всего	**Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий**			**СРС**	
			Л	**ЛР**	**ПЗ**	**КСР**	
Тема 1	Постановка и классификация задач оптимизации. Общая задача линейного программирования	**4**	2		-		2	*О*
Тема 2	Графический метод решения задач линейного программирования	**6**	-		2		4	*К,О*
Тема 3	Симплексный метод	**6**	2		2		2	*К,О*

	решения задач линейного программирования							
Тема 4	Двойственные задачи линейного программирования	**8**	-		2		6	*К,О*
Тема 5	Задачи линейного программирования транспортного типа	**8**	-		2		6	*К,О*
Тема 6	Общая задача нелинейного программирования. Дробно-линейное программирование	**8**	2		-		6	*К,О*
Тема 7	Выпуклое программирование	**8**	-		2		6	*К,О*
Тема 8	Численные методы решения задач выпуклого программирования	**8**	-		2		6	*К,О*
Тема 9	Динамическое программирование	**12**	2		4		6	*К,О*
Промежуточная аттестация		**4**						*За*
Итого		**72**	**8**		**16**		**44**	

** – *формы текущего контроля успеваемости: контрольные работы (К), опрос (О).*

*** - *формы промежуточной аттестации: зачет (За).*

Содержание дисциплины

Тема 1. Постановка и классификация задач оптимизации

Общая задача оптимизации. Постановка задачи математического программирования. Целевая функция. Ограничения. Классификация задач оптимизации по виду целевой функции и ограничениям.

Общая постановка задачи линейного программирования. Задача об оптимальном использовании ресурсов. Задача составления рациона. Область допустимых решений. Оптимальный план. Стандартная и каноническая форма записи задач линейного программирования.

Тема 2. Графический метод решения задач линейного программирования

Выпуклые множества точек. Геометрический смысл решений неравенств, уравнений и систем. Градиент функции. Линии уровня. Алгоритм графического метода. Частные случаи при решении задач линейного программирования графическим методом. Экономический анализ задачи с использованием графического метода.

Тема 3. Симплексный метод решения задач линейного программирования

Симплекс-метод. Содержание симплексного метода. Приведение задачи линейного программирования к каноническому виду. Балансовые переменные. Построение начального допустимого решения при решении задачи линейного программирования симплексным методом. Общий вид симплексной таблицы №1. Выбор разрешающего столбца, разрешающей строки, разрешающего элемента при решении задачи на максимум. Алгоритм перехода к симплексной таблице №2. Критерий завершения алгоритма для задачи на максимум и для задачи на минимум. Частные случаи. Метод искусственного базиса.

Тема 4. Двойственные задачи линейного программирования

Виды двойственных пар. Составление двойственной пары. Первая теорема двойственности. Экономический смысл и интерпретация первой теоремы двойственности. Вторая теорема двойственности. Таблица соответствия. Интерпретация двойственных оценок. Третья теорема двойственности. Интерпретация и возможности двойственных оценок.

Тема 5. Задачи линейного программирования транспортного типа

Модели транспортного типа (представление виде таблицы, основные понятия,

закрытые и открытые задачи). Математическая модель задачи транспортного типа. Модели распределительного типа (суть задачи, представление виде таблицы). Математическая модель задачи распределительного типа.

Тема 6. Общая задача нелинейного программирования

Постановка задачи нелинейного программирования. Графический метод решения. Сложности, возникающие в процессе решения. Общая постановка задачи дробно-линейного программирования. Постановка задачи рентабельности производства. Постановка задачи определения затрат в расчете на рубль товарной продукции. Постановка задачи минимизации средней себестоимости изделия. Сведение задачи дробно-линейного программирования к задаче линейного программирования.

Тема 7. Выпуклое программирование

Алгоритм метода множителей Лагранжа (точка условного оптимума, уравнения связи, функция Лагранжа, определение оптимума). Экономическая интерпретация множителей Лагранжа. Постановка задачи выпуклого программирования (общий вид, выпуклые и вогнутые функции). Условие Слейтера. Функция Лагранжа выпуклого программирования. Седловая точка функции Лагранжа. Теорема Куна-Таккера. Условия Каруша-Куна-Таккера. Квадратичная форма (общий вид, положительно и отрицательно определенная, полуопределенная, условия выпуклости и вогнутости квадратичной формы). Постановка задачи квадратичного программирования. Функция Лагранжа для задачи квадратичного программирования. Седловая точка и условия Каруша-Куна-Таккера для задачи квадратичного программирования.

Тема 8. Численные методы решения задач выпуклого программирования

Общая схема решения методом спуска. Алгоритм градиентного метода скорейшего спуска. Геометрическая интерпретация метода градиентного спуска для случая функции двух переменных. Определения оптимума целевой функции на границе области решений. Схема поиска точки оптимума для случая нарушения границ области допустимых решений.

Тема 9. Динамическое программирование

Задачи, решаемые методом динамического программирования. Принцип оптимальности и уравнения Беллмана. Общая схема применения метода динамического программирования. Задача о распределении ресурсов между отраслями на n лет. Распределение инвестиций для оптимального использования потенциала предприятия. Минимизация затрат на строительство и эксплуатацию предприятия. Нахождение рациональных затрат при строительстве трубопроводов и транспортных артерий.

4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине

4.1. Текущий контроль успеваемости

4.1.1. Формы текущего контроля успеваемости

Тема (раздел)	Методы текущего контроля успеваемости
Тема 1. Постановка и классификация задач оптимизации. Общая задача линейного программирования	Опрос
Тема 2. Графический метод решения задач линейного программирования	Контрольная работа. Опрос
Тема 3. Симплексный метод решения задач линейного программирования	Контрольная работа. Опрос
Тема 4. Двойственные задачи линейного программирования	Контрольная работа. Опрос
Тема 5. Задачи линейного программирования	Контрольная работа.

транспортного типа	Опрос
Тема 6. Общая задача нелинейного программирования. Дробно-линейное программирование	Контрольная работа. Опрос
Тема 7. Выпуклое программирование	Контрольная работа. Опрос
Тема 8. Численные методы решения задач выпуклого программирования	Контрольная работа. Опрос
Тема 9. Динамическое программирование	Контрольная работа. Опрос

4.1.2. Материалы текущего контроля успеваемости

Типовые оценочные материалы по теме 1 «Постановка и классификация задач оптимизации»

Вопросы для проведения опроса

1. Общая задача оптимизации.
2. Постановка задачи математического программирования.
3. Целевая функция. Ограничения.
4. Классификация задач оптимизации по виду целевой функции и ограничениям.
5. Общая постановка задачи линейного программирования.
6. Область допустимых решений.
7. Оптимальный план.
8. Стандартная форма записи задач линейного программирования.
9. Каноническая форма записи задач линейного программирования.

Типовые оценочные материалы по теме 2 «Графический метод решения задач линейного программирования»

Варианты заданий контрольной работы

1. Фирма выпускает 2 вида мороженого: сливочное и шоколадное. Для изготовления мороженого используются два исходных продукта: молоко и наполнители, расходы которых на 1 кг мороженого и суточные запасы даны в таблице.

Исходный продукт	Расход исходных продуктов на 1 кг мороженого		Запас, кг
	Сливочное	Шоколадное	
Молоко	0,8	0,5	400
Наполнители	0,4	0,8	365

Изучение рынка сбыта показало, что суточный спрос:

1) на сливочное мороженое превышает спрос на шоколадное мороженое не более чем на 100 кг;

2) на шоколадное мороженое не превышает 350 кг.

Розничная цена 1 кг сливочного мороженого 16 руб., шоколадного – 14 руб.

Используя графический метод, определить какое количество мороженого каждого вида должна производить фирма, чтобы доход от реализации продукции был максимальным.

Провести экономический анализ задачи:

1) определить, как влияет на оптимальное решение увеличение или уменьшение запасов исходных продуктов (активных и пассивных ограничений);

2) определить пределы возможного изменения коэффициентов целевой функции.

2. Компания производит краску для внутренних и наружных работ из сырья двух типов: М1 и М2. Отдел маркетинга компании, изучив спрос, ограничил ежедневное производство краски для внутренних работ до 2 т. Компания хочет определить оптимальное

(наилучшее) соотношение между видами выпускаемой продукции для максимизации общего ежедневного дохода.

	Расход сырья (в тоннах) на производство 1 т краски		Максимально допустимый расход в день
	Для наружных работ	Для внутренних работ	
Сырье М1	6	4	24
Сырье М2	1	2	6
Доход от реализации 1 т краски (в у.е.)	5	4	

1) Какие из перечисленных решений являются допустимыми в данной задаче?

А) $x_1 = 2,\ x_2 = 2$ Б) $x_1 = 4,\ x_2 = 1$ В) $x_1 = 1,\ x_2 = 2,$

где x_1 — ежедневный объем производства краски для наружных работ; x_2 — ежедневный объем производства краски для внутренних работ.

2) Для решения $x_1 = 1,\ x_2 = 2$ найдите объем используемого сырья М1

Вопросы для проведения опроса

1. Выпуклые множества точек.
2. Геометрический смысл решений неравенств, уравнений и систем.
3. Градиент функции.
4. Линии уровня.
5. Алгоритм графического метода.
6. Частные случаи при решении задач линейного программирования графическим методом.
7. Экономический анализ задачи с использованием графического метода.

Типовые оценочные материалы по теме 3 «Симплексный метод решения задач линейного программирования»

Варианты заданий контрольной работы

1. Для задачи

$F = 2x_1 + 3x_2 \to \max$

при ограничениях

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \le 25 \\ -x_1 + 2x_2 \ge 3 \\ x_1 - x_2 \le 4 \end{cases}$$

$x_{1,2} \ge 0$

Найдите значение целевой функции в точке (5, 5).

2. Частный инвестор предполагает вложить 500 тыс. руб. в различные ценные бумаги. После консультаций со специалистами фондового рынка он отобрал три типа акций, два типа государственных облигаций. Часть денег предполагается положить на срочный вклад в банк.

Тип вложения	Риск	Предполагаемый ежегодный доход %
Акции A	Высокий	15
Акции B	Средний	12

Акции *C*	Низкий	9
Облигации долгосрочные	-	11
Облигации краткосрочные	-	8
Срочный вклад	-	6

Имея в виду качественные соображения диверсификации портфеля и не формализуемые личные предпочтения, инвестор выдвигает следующие требования к портфелю ценных бумаг:

1) все 500 тыс. руб. должны быть инвестированы;

2) по крайней мере 100 тыс. руб. Должны быть на срочном вкладе в любимом банке;

3) по крайней мере 25% средств, инвестированных в акции, должны быть инвестированы в акции с низким риском;

4) в облигации нужно инвестировать по крайней мере столько же, сколько в акции;

5) не более чем 125 тыс. руб. должно быть вложено в бумаги с доходом менее чем 10%.

Определить портфель бумаг инвестора, удовлетворяющий всем требованиям и обеспечивающий максимальный годовой доход.

Вопросы для проведения опроса

1. Содержание симплексного метода.
2. Канонический вид задачи линейного программирования.
3. Балансовые переменные: принцип добавления и интерпретация.
3. Общий вид симплексной таблицы №1.
4. Выбор разрешающего столбца, разрешающей строки, разрешающего элемента при решении задачи на максимум.
5. Алгоритм перехода к симплексной таблице №2.
6. Критерий завершения алгоритма для задачи на максимум и для задачи на минимум.
7. Частные случаи.
8. Метод искусственного базиса.

Типовые оценочные материалы по теме 4 «Двойственные задачи линейного программирования»

Варианты заданий контрольной работы

1. Косметическая фирма выпускает два вида кремов для рук из шести ингредиентов. Для первого вида крема количество ингредиентов 2,8,0,3,1,6; для второго вида – 3,7,3,0,2,3. Запасы фирмы выглядят следующим образом 18,56,15,18,6,18. Первый крем стоит 10 у. д. е., а второй 12 у. д. е.

Требуется:

1) записать модели исходной и двойственной задачи;

2) составить таблицу соответствия;

3) решить исходную задачу симплексным методом: найти план производства двух видов крема, обеспечивающий максимальный доход от реализации;

4) записать решение двойственной задачи;

5) интерпретировать решение двойственной задачи;

6) установить размеры максимального дохода при изменении запасов ингредиентов на (2; -4; 3; -4; 5; -2): оценить раздельное влияние этих изменений и суммарное их влияние на прибыль;

7) оценить целесообразность введения в план производства фирмы нового вида крема (третьего), нормы затрат на единицу которого соответственно равны 4,3,2,0,5,1 и предполагаемая цена реализации 11 у.д.е.

Вопросы для проведения опроса

1. Виды двойственных пар.
2. Составление двойственной пары.
3. Первая теорема двойственности.
4. Экономический смысл и интерпретация первой теоремы двойственности.
5. Вторая теорема двойственности.
6. Таблица соответствия.
7. Интерпретация двойственных оценок.
8. Третья теорема двойственности.
9. Интерпретация и возможности двойственных оценок.

Типовые оценочные материалы по теме 5 «Задачи линейного программирования транспортного типа»

Варианты заданий контрольной работы

1. Компания, занимающаяся добычей песка и доставкой его собственным транспортом к потребителям, разрабатывает пять песчаных карьеров. Песок направляется на пять заводов железобетонных изделий (ЖБИ).

Недельная производительность карьеров, недельная потребность заводов и транспортные затраты, связанные с доставкой 1 т песка от карьеров до заводов, известны и приведены в таблице.

Производительность песчаных карьеров (предложение)	Потребности заводов (спрос)				
	200	400	100	200	100
200	1	7	12	2	5
100	2	3	8	4	7
200	3	5	4	6	9
400	4	4	3	8	2
400	5	3	7	10	1
-	Стоимость доставки единицы груза, у. д. е.				

Требуется:

1) определить такой план перевозок песка из карьеров на заводы, при котором совокупные транспортные издержки будут минимальными;

2) составить модель ЗЛП и решить ее с помощью надстройки Excel «Поиск решения»;

3) установить размер минимальных транспортных издержек;

4) выяснить, какое количество песка, и на каких карьерах окажется невостребованным.

2. Ремонтно-строительная фирма получила заказы на ремонт 5 объектов. Для выполнения работ она может привлечь 5 бригад отделочников. Каждая бригада оценила объем работ и дала сроки выполнения заказов (человеко-дни), приведенные в таблице:

Бригады (предложение)	Объект (спрос)				
	1	2	3	4	5
Иванова	43	24	35	62	35
Петрова	45	21	38	58	33
Сидорова	51	29	36	61	38
Волкова	47	27	35	60	39
Козлова	48	26	37	59	39
-	Сроки выполнения заказов, человеко-дни				

Распределить объекты между бригадами так, чтобы суммарное количество человеко-дней, затраченное на ремонт всех пяти объектов, было минимальным.

3. В закрытой транспортной задаче с матрицей затрат

$$C = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 5 \\ 2 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

найдите суммарные транспортные затраты для плана перевозок

$$X = \begin{pmatrix} 10 & 5 & 0 \\ 0 & 15 & 5 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

4. В транспортной задаче с ограничениями заданы матрица C транспортных затрат, матрица D ограничений на пропускные способности, векторы a и b – производства и потребления соответственно:

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 6 & 8 & 9 \\ 11 & 5 & 15 \\ 12 & 14 & 10 \end{pmatrix}, a = (10,15,15), b = (15,12,13).$$

Какой из перечисленных планов перевозок является допустимым?

а) $\begin{pmatrix} 0 & 4 & 6 \\ 6 & 5 & 5 \\ 5 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix} 0 & 7 & 3 \\ 4 & 6 & 0 \\ 5 & 0 & 10 \end{pmatrix}$ в) $\begin{pmatrix} 0 & 4 & 6 \\ 7 & 5 & 3 \\ 8 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ г) $\begin{pmatrix} 1 & 9 & 0 \\ 8 & 2 & 5 \\ 6 & 1 & 8 \end{pmatrix}$

Вопросы для проведения опроса

1. Модели транспортного типа (представление в виде таблицы, основные понятия, закрытые и открытые задачи).
2. Математическая модель задачи транспортного типа.
3. Модели распределительного типа (суть задачи, представление в виде таблицы).
4. Математическая модель задачи распределительного типа.

Типовые оценочные материалы по теме 6 «Общая задача нелинейного программирования».

Варианты заданий контрольной работы

1. Дана задача нелинейного программирования:

$$F = x_1^2 + x_2^2$$

при ограничениях

$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 \le 5 \\ x_1 + x_2 \ge 6 \\ x_1 \le 8 \\ x_2 \le 7 \\ x_1 \ge 0, \\ x_2 \ge 0 \end{cases}$$

Найдите значение целевой функции в точке (2,2).

2. Используя графический метод, решить задачу нелинейного программирования. Определить все локальные минимумы и локальные максимумы.

$$F = x_1^2 + x_2^2$$

при ограничениях

$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 \le 5 \\ x_1 + x_2 \ge 6 \\ x_1 \le 8 \\ x_2 \le 7 \\ x_1 \ge 0, \\ x_2 \ge 0 \end{cases}$$

С помощью надстройки Excel «Поиск решения» найти максимум и минимум функции.

3. Свести математическую модель задачи ДЛП к задаче ЛП и найти решение с помощью надстройки Excel «Поиск решения»:

$$F = \frac{2x_1 - x_2}{x_1 + 2x_2 + 1} \to \max$$

при ограничениях

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 2 \\ 2x_1 + x_2 + x_4 = 6\,. \\ x_j \ge 0, \quad j = \overline{1,4} \end{cases}$$

Вопросы для проведения опроса

1. Постановка задачи нелинейного программирования.
2. Графический метод решения. Сложности, возникающие в процессе решения.
3. Общая постановка задачи дробно-линейного программирования.
4. Постановка задачи рентабельности производства.
5. Постановка задачи определения затрат в расчете на рубль товарной продукции.
6. Постановка задачи минимизации средней себестоимости изделия.
7. Сведение задачи дробно-линейного программирования к задаче линейного программирования.

Типовые оценочные материалы по теме 7 «Выпуклое программирование»
Варианты заданий контрольной работы

1. Для задачи

$F = (x_1 - 9)^2 + (x_2 - 15)^2 \to \min$

при ограничениях

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \le 35 \\ -x_1 + 2x_2 \ge -6 \\ x_1 - 5x_2 \le 4 \end{cases}$$

$x_{1,2} \ge 0$

Найдите значение целевой функции в точке (10, 5).

2. Необходимо сформировать оптимальный портфель Марковица (минимального риска) трех ценных бумаг с эффективностями и рисками: (4,10), (10,40), (40,80). Нижняя граница доходности портфеля задана равной 15.

3. Для задачи

$$F = (x_1 - 24)^2 + (x_2 - 30)^2 \to \min$$

при ограничениях

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \le 34 \\ -x_1 + 2x_2 \ge -6 \\ x_1 - 5x_2 \le 4 \end{cases}$$

$$x_{1,2} \ge 0$$

найти оптимальное решение графическим методом и для полученного решения проверить выполнение условий теоремы Куна-Таккера.

4. Найти объемы ресурсов K и L, при которых затраты на производство не менее 140 единиц продукции минимальны, если производственная функция Кобба-Дугласа $Q(K,L) = K^{3/4}L^{1/4}$, а цены на ресурсы $p_K = 12$, $p_L = 3$.

5. Проверить выполнение условий Куна-Таккера. Найти точку оптимума задачи НЛП:

$$F = x_1^2 - x_2 \to \min$$

при ограничениях

$$\begin{cases} x_1 \ge 1 \\ x_1^2 + x_2^2 \le 26 \\ x_1 + x_2 = 6 \end{cases}.$$

Вопросы для проведения опроса

1. Алгоритм метода множителей Лагранжа (точка условного оптимума, уравнения связи, функция Лагранжа, определение оптимума).
2. Экономическая интерпретация множителей Лагранжа.
3. Постановка задачи выпуклого программирования (общий вид, выпуклые и вогнутые функции).
4. Условие Слейтера.
5. Функция Лагранжа выпуклого программирования.
6. Седловая точка функции Лагранжа.
7. Теорема Куна-Таккера.
8. Условия Каруша-Куна-Таккера.
9. Квадратичная форма (общий вид, положительно и отрицательно определенная, полуопределенная, условия выпуклости и вогнутости квадратичной формы).
10. Постановка задачи квадратичного программирования.
11. Функция Лагранжа для задачи квадратичного программирования.
12. Седловая точка и условия Каруша-Куна-Таккера для задачи квадратичного программирования.

Типовые оценочные материалы по теме 8 «Численные методы решения задач выпуклого программирования»

Варианты заданий контрольной работы

1. Методом скорейшего спуска с точностью до 0,01 найти минимум функции

$$F = 2x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 - x_1 - x_2 + 1$$

при ограничениях

$$x_1^2 + x_2^2 \le 4,$$

$$x_{1,2} \ge 0.$$

2. Используя метод скорейшего спуска, найти максимум функции

$$F = 5x_1 - \frac{1}{2}x_1^2 - x_2^2 + x_1x_2$$

при ограничениях

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \le 10 \\ x_1 + x_2 \le 6 \end{cases},$$
$$x_{1,2} \ge 0.$$

Вопросы для проведения опроса

1. Общая схема решения методом спуска.
2. Алгоритм градиентного метода скорейшего спуска.
3. Геометрическая интерпретация метода градиентного спуска для случая функции двух переменных.
4. Определения оптимума целевой функции на границе области решений.
5. Схема поиска точки оптимума для случая нарушения границ области допустимых решений.

Типовые оценочные материалы по теме 9 «Динамическое программирование»

Варианты заданий контрольной работы

1. Планируется деятельность двух отраслей производства на 4 года. Начальные ресурсы равны $s_0 = 20000$ у.д.е. Средства x, вложенные в I отрасль в начале года, дают в конце года прибыль $f_1(x) = 0{,}7x$ и возвращаются в размере $q_1(x) = 0{,}8x$; аналогично для II отрасли y - средства, вложенные в начале года, функция прибыли - $f_2(y) = 0{,}6y$, а функция возврата $q_2(y) = 0{,}9y$.

В конце года все возвращенные средства перераспределяются между I и II отраслями, новые средства не поступают и прибыль в производство не вкладывается. Если будут поступать новые средства или часть прибыли будет вкладываться в производство, то это можно будет легко учесть в уравнениях состояний, общий алгоритм метода динамического программирования не изменится.

Требуется распределить имеющиеся средства s_0 между двумя отраслями производства на 4 года так, чтобы суммарная прибыль от обеих отраслей за этот период оказалась максимальной.

2. В таблице указан возможный прирост выпуска продукции четырьмя плодово-консервными заводами области в млн. руб. при осуществлении инвестиций на их модернизацию с дискретностью 50 млн. руб. Один на один завод можно осуществить только одну инвестицию.

Инвестиции, млн. руб.	Прирост выпуска продукции, млн. руб.			
	Завод №1	Завод №2	Завод №3	Завод №4
50	25	30	36	28
100	60	70	64	56
150	100	90	95	110
200	140	122	130	142

Составить план распределения инвестиций между заводами области, так чтобы общий прирост выпуска продукции был максимальным.

Вопросы для проведения опроса

1. Задачи, решаемые методом динамического программирования.

2. Принцип оптимальности и уравнения Беллмана.

3. Общая схема применения метода динамического программирования.

4. Задача о распределении ресурсов между отраслями на n лет.

5. Распределение инвестиций для оптимального использования потенциала предприятия.

6. Минимизация затрат на строительство и эксплуатацию предприятия.

7. Нахождение рациональных затрат при строительстве трубопроводов и транспортных артерий.

Методические материалы, позволяющие оценивать знания и умения учащихся

Критерии оценивания результатов опроса

Опрос по вопросам темы	
Критерии оценивания	Полнота ответа на вопрос, знание терминологии; способность аргументировать свой ответ; способность раскрывать причинно-следственные связи между экономическими фактами, явлениями и процессами; способность делать выводы
Шкала оценивания	Оценка «Отлично» выставляется студенту, который показывает полные и глубокие знания материала по теме занятия, логично и аргументировано отвечает на поставленный вопрос. Оценку «Хорошо» получает студент, показавший глубокие знания материала, грамотно его излагает, достаточно полно отвечает на поставленный вопрос, умело формулирует выводы. В то же время при ответе допускает несущественные погрешности. Оценка «Удовлетворительно» выставляется студенту, если он показывает достаточные, но не глубокие знания материала по теме занятия; при ответе не допускает грубых ошибок или противоречий, однако в формулировании ответа отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами. Оценка «Неудовлетворительно» выставляется студенту, который показывает недостаточные знания материала по теме занятия, не способен аргументировано и последовательно его излагать, допускается грубые ошибки в ответах, неправильно отвечает на поставленный вопрос или затрудняется с ответом

Критерии оценивания контрольных работ

При проведении контрольной работы обучающимся предлагается выполнить несколько практических заданий (4-5) в соответствии с пройденными темами.

Время написания контрольной работы составляет 90 мин. (по желанию обучающегося ответ может быть досрочным).

Критерии оценивания	Каждое задание контрольной работы оценивается определенным количеством баллов (в соответствии с этапами выполнения задания). Оценивается: ход решения задачи, наличие ошибок в расчетах, наличие верного ответа. Баллы, полученные студентом за решение каждого задания, суммируются. Общее количество возможных баллов за контрольную работу принимаются за 100%.
Шкала оценивания	«Отлично»: - 86%-100% правильных ответов и решений. «Хорошо»: - 71%-84% правильных ответов и решений.

	«Удовлетворительно»: - 51%-70% правильных ответов и решений. «Неудовлетворительно»: - менее 50% правильных ответов и решений

4.2. Промежуточная аттестация

4.2.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Показатели и критерии оценивания компетенций с учетом этапа их формирования

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ПКр ОС II - 2	Способен использовать методы оптимизации для решения прикладных задач	ПКр ОС II –2.1	Способен применять инструментарий методов оптимальных решений в целях обработки и анализа данных

Этап освоения компетенции	Показатель оценивания	Критерий оценивания
ПКр ОС II –2.1 Способен применять инструментарий методов оптимальных решений в целях обработки и анализа данных	Способен применять оптимизационные методы при анализе и управлении современными экономическими системами, освоить методы решения оптимизационных задач, возникающих в практической профессиональной деятельности	Практически применяет современные оптимизационные математические методы и модели, используемые в управлении организационно-экономической системой

4.2.2. Форма и средства (методы) проведения промежуточной аттестации

Формой промежуточного контроля после изучения дисциплины является зачет в письменной форме.

Ответственным этапом учебного процесса является промежуточная аттестация. Бесспорным фактором успешного завершения очередного семестра является кропотливая, систематическая работа студента в течение всего семестра. В этом случае подготовка к промежуточной аттестации будет являться концентрированной систематизацией всех полученных знаний по данной дисциплине.

В начале семестра рекомендуется получить вопросы к промежуточной аттестации, а также использовать в процессе обучения программу, другие методические материалы, разработанные по данной дисциплине.

При подготовке к промежуточной аттестации конструктивным является коллективное обсуждение выносимых на зачет вопросов с сокурсниками, что позволяет повысить степень систематизации и углубления знаний.

Перед последним семинаром по дисциплине следует составить список вопросов, требующих дополнительного разъяснения преподавателем на консультации перед промежуточной аттестацией.

4.2.3. Типовые оценочные средства

Список вопросов для подготовки к зачету

1. Общая структура задачи оптимизации (переменные задачи, целевая функция,

система ограничений, условия неотрицательности).

2. Допустимое решение. Область допустимых решений. Оптимальное решение.

3. Понятие задачи линейного программирования, общая постановка.

4. Каноническая и стандартная задача линейного программирования.

5. Вектор градиент. Линии уровня.

6. Алгоритм графического метода.

7. Частные случаи при решении задач линейного программирования графическим методом.

8. Содержание симплексного метода.

9. Приведение задачи линейного программирования к каноническому виду. Балансовые переменные.

10. Построение начального допустимого решения при решении задачи линейного программирования симплексным методом.

11. Общий вид симплексной таблицы №1. Выбор разрешающего столбца, разрешающей строки, разрешающего элемента при решении задачи на максимум.

12. Общий вид симплексной таблицы №1. Выбор разрешающего столбца, разрешающей строки, разрешающего элемента при решении задачи на минимум.

13. Алгоритм перехода к симплексной таблице №2. Критерий остановки алгоритма для задачи на максимум и для задачи на минимум.

14. Виды двойственных пар.

15. Составление двойственной пары.

16. Первая теорема двойственности.

17. Экономический смысл и интерпретация первой теоремы двойственности.

18. Вторая теорема двойственности.

19. Таблица соответствия. Интерпретация двойственных оценок.

20. Третья теорема двойственности.

21. Интерпретация и возможности двойственных оценок.

22. Модели транспортного типа (представление виде таблицы, основные понятия, закрытые и открытые задачи).

23. Математическая модель задачи транспортного типа.

24. Модели распределительного типа (суть задачи, представление виде таблицы).

25. Математическая модель задачи распределительного типа.

26. Общая постановка задачи дробно-линейного программирования.

27. Постановка задачи рентабельности производства.

28. Постановка задачи определения затрат в расчете на рубль товарной продукции.

29. Постановка задачи минимизации средней себестоимости изделия.

30. Сведение задачи дробно-линейного программирования к задаче линейного программирования.

31. Алгоритм метода множителей Лагранжа (точка условного оптимума, уравнения связи, функция Лагранжа, определение оптимума).

32. Экономическая интерпретация множителей Лагранжа.

33. Постановка задачи выпуклого программирования (общий вид, выпуклые и вогнутые функции).

34. Условие Слейтера. Функция Лагранжа выпуклого программирования.

35. Седловая точка функции Лагранжа. Теорема Куна-Таккера.

36. Условия Каруша-Куна-Таккера.

37. Квадратичная форма (общий вид, положительно и отрицательно определенная, полуопределенная, условия выпуклости и вогнутости квадратичной формы).

38. Постановка задачи квадратичного программирования.

39. Функция Лагранжа для задачи квадратичного программирования. Седловая точка и условия Каруша-Куна-Таккера для задачи квадратичного программирования.

40. Задачи, решаемые методом динамического программирования.

41. Принцип оптимальности и уравнения Беллмана.

42. Общая схема применения метода динамического программирования.

43. Задача о распределении ресурсов между отраслями на n лет.

44. Распределение инвестиций для оптимального использования потенциала предприятия.

45. Минимизация затрат на строительство и эксплуатацию предприятия.

46. Нахождение рациональных затрат при строительстве трубопроводов и транспортных артерий.

Примерные варианты билетов

Билет №1
по дисциплине «Методы оптимизации»

1. Первая теорема двойственности.
2. Принцип оптимальности и уравнения Беллмана.
3. Решить графическим методом:

$$Z(x) = 5x_1 + 3x_2 \to \max$$
$$\begin{cases} -2x_1 + x_2 \le 2 \\ x_1 - 3x_2 \ge -7 \\ 4x_1 + 3x_2 \le 20 \end{cases}$$
$$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0$$

Проанализировать:
1) активные и пассивные ограничения;
2) возможные изменения цен.

4. Используя метод скорейшего спуска, найти максимум функции $Z = (x_1 + 5)^2 + (x_2 + 4)^2$ при ограничениях $5x_1 - 4x_2 \le -20,\ 3x_1 + 2x_2 \le 30,\ x_{1,2} \ge 0$.

Билет №2
по дисциплине «Методы оптимизации»

1. Построение начального допустимого решения при решении задачи линейного программирования симплексным методом.
2. Условие Слейтера. Функция Лагранжа выпуклого программирования.
3. Для задачи составить двойственную:

$$f(x) = 2x_1 + 3x_2 \to \max$$
$$\begin{cases} x_1 + x_2 \le 20 \\ 3x_1 + x_2 \le 30 \\ -x_1 + x_2 \le 10 \end{cases}$$
$$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0$$

Исходную задачу решить симплексным методом и по решению исходной записать решение двойственной задачи.

4. Найти оптимальное распределение ресурсов $s_0 = 25000$ ед. между двумя отраслями производства I и II в течении 5 лет, если даны функции доходов $f_1(x) = 0{,}1x$ и $f_2(y) = 0{,}6y$ для каждой отрасли, функции возврата $g_1(x) = 0{,}4x$ и $g_2(y) = 0{,}3y$. По истечении года перераспределяются только все возвращенные средства, прибыль не вкладывается.

Шкала оценивания

Критерии оценивания	Оценка

Демонстрирует знание материала, логически правильно излагает ответы на вопросы; имеет навык правильного выбора и использования методов оптимальных решений для разработки проектов на основе оценки ресурсов и ограничений	Зачтено
Демонстрирует не знание большей части учебного материала, допускает грубые ошибки в определении понятий и при решении задач; не умеет выбирать и использовать методы оптимальных решений для разработки проектов на основе оценки ресурсов и ограничений	Не зачтено

4.3. Методические материалы

Процедура проведения зачета

Аттестационные испытания проводятся преподавателем, ведущим лекционные занятия по данной дисциплине.

Во время аттестационных испытаний в аудитории может одновременно находиться учебная группа в полном составе.

При проведении письменного зачета билет выбирает сам обучающийся в случайном порядке.

Обучающиеся могут пользоваться программой учебной дисциплины, а также с разрешения преподавателя калькуляторами.

При проведении письменного зачета обучающимся предлагается ответить на два теоретических вопроса и выполнить два практических задания в соответствии с пройденными темами.

Время написания работы составляет 90 мин. (по желанию студента ответ может быть досрочным).

Изложение материала ведется в листе ответа, который затем (по окончании зачета) сдается на проверку преподавателю.

Проверка работ выполняется преподавателем после окончания зачета и оценки выставляются в соответствии с критериями оценивания.

В случае возникновения сомнений относительно глубины знаний студента преподаватель может пригласить его и задать дополнительные и уточняющие вопросы в пределах учебного материала, вынесенного на зачет.

Оценка результатов письменного аттестационного испытания объявляется обучающимся после проверки письменных ответов студентов не позднее следующего дня за днем проведения зачета.

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Методические указания по выполнению контрольных работ

Данный вид работы проверяет:

1) усвоение обучающимися полученных в ходе обучения умений и навыков;

2) способность выбрать инструментальные средства для обработки данных в соответствии с поставленной задачей;

3) умение проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы.

Примерно за 2-3 недели до проведения контрольной работы обучающемуся необходимо получить у преподавателя шаблон контрольной работы или примерный перечень практических заданий, входящих в контрольную работу, и после этого приступить к подготовке.

При подготовке к контрольной работе следует:

1) повторить теоретический материал по темам, включенным в контрольную работу;

2) просмотреть материалы практических занятий и домашних заданий;

3) попробовать решить задания из шаблона контрольной работы или примерного перечня практических заданий;

4) закрепить полученные умения и навыки, решая похожие задания из рекомендованных преподавателем учебников и учебно-методических пособий.

Если в процессе подготовки к контрольной работе возникли затруднения или требуются какие-либо уточнения и рекомендации, следует обратиться за помощью к преподавателю.

Методические указания по подготовке к опросу

Данный вид деятельности проверяет готовность и усвояемость полученных в ходе обучения умений и навыков, а также применять критический анализ информации и системный подход для решения задач, обоснования своей собственной позиции.

Для подготовки к устному опросу, обучающемуся необходимо ознакомиться с материалом, соответствующим теме практического занятия, в конспектах лекций, в рекомендованной литературе и ресурсах интернет.

Подготовка к устному опросу по одному практическому занятию занимает 1-2 часа.

Опрос проводится на практических занятиях в форме беседы преподавателя со всеми обучающимся. Преподаватель задает краткие вопросы по теме занятия, позволяющие выяснить степень освоения материала.

Самоподготовка к практическим занятиям

При подготовке к практическому занятию обучающемуся необходимо:

1) ознакомиться с соответствующей темой программы дисциплины;

2) осмыслить круг изучаемых вопросов и логику их рассмотрения;

3) тщательно изучить лекционный материал;

4) изучить рекомендованную литературу по данной теме;

5) ознакомиться с вопросами очередного практического занятия.

Важным аспектом самостоятельной подготовки студентов является работа с библиотечным фондом.

Эта работа предполагает различные варианты повышения профессионального уровня студентов в том числе:

а) получение книг в научном абонементе;

б) изучение книг, журналов, газет в читальном зале;

в) возможность поиска необходимого материала посредством электронного каталога;

г) получение необходимых сведений об источниках информации у сотрудников библиотеки.

6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Основная литература

1. Исследование операций в экономике : учебник для академического бакалавриата / под редакцией Н. Ш. Кремера. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 438 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-9922-8. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/431708

2. Зайцев, М. Г. Методы оптимизации управления и принятия решений: примеры, задачи, кейсы: Учебное пособие, - 5-е изд. - Москва :ИД Дело РАНХиГС, 2017. - 640 с.: ISBN 978-5-7749-1295-7. - Текст : электронный. - URL: https://znanium.com/catalog/document?pid=982609

3. Математические методы и модели исследования операций : учебник для студентов вузов, обучающихся по специальности 080116 «Математические методы в экономике» и другим экономическим специальностям / В. А. Колемаев, Т. М. Гатауллин, Н. И. Заичкин [и др.] ; под редакцией В. А. Колемаева. — Москва : ЮНИТИ-ДАНА, 2017. —

592 с. — ISBN 978-5-238-01325-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/83033.html

4. Сухарев, А. Г. Методы оптимизации : учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / А. Г. Сухарев, А. В. Тимохов, В. В. Федоров. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 367 с. — (Бакалавр и магистр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-3859-3. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/444155

6.2. Дополнительная литература

1. Высшая математика для экономистов : учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин, М. Н. Фридман ; под редакцией Н. Ш. Кремер. — 3-е изд. — Москва : ЮНИТИ-ДАНА, 2017. — 481 с. — ISBN 978-5-238-00991-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: http://www.iprbookshop.ru/52071.html

2. Зайцев, М. Г. Методы оптимизации управления для менеджеров: Компьютерно-ориентированный подход: Учебное пособие / Зайцев М.Г., - 4-е изд. - Москва :ИД Дело РАНХиГС, 2017. - 312 с. ISBN 978-5-7749-1140-0. - Текст : электронный. - URL: https://new.znanium.com/catalog/product/982139

6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

Не предусмотрено.

6.4. Нормативные правовые документы

Не предусмотрены.

6.5. Интернет-ресурсы

Не предусмотрены.

6.6. Иные источники

1. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Математические методы и модели для магистрантов экономики. Спб.: Питер, 2011.

2. Красс М. С., Чупрынов Б. П. Математика для экономистов, учебное пособие, М. : Питер, 2007.

3. Орлова И. В., Половников В. А. Экономико-математические методы и модели. М.: Инфра-М, 2013

4. Вентцель Е.С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология. М.: Изд-во “КноРус”, 2013.

5. Ермаков В.И., Бобрик Р.К., Гринцевичюс Р.К. Общий курс высшей математики для экономистов. М.: ИНФРА-М, 2012.

7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

Для проведения занятий по дисциплине необходимо материально-техническое обеспечение учебных аудиторий в зависимости от типа занятий: семинарского и лекционного типов, практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации: комплект специализированной учебной мебели, доска аудиторная, компьютерная техника, презентационное оборудование. Выход в Интернет и доступ в электронную информационно-образовательную среду организации.

Помещение для самостоятельной работы обучающихся. Комплект специализированной учебной мебели, компьютерная техника с возможностью подключения к сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду организации.

Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

1. https://urait.ru – Электронно-библиотечная система [ЭБС] Юрайт
2. http://www.iprbookshop.ru – Электронно-библиотечная система [ЭБС] «IPR SMART»
3. https://e.lanbook.com - Электронно-библиотечная система [ЭБС] «Лань»
4. https://new.znanium.com - Электронно-библиотечная система [ЭБС] «Znanium.com».
5. https://ibooks.ru - Электронно-библиотечная система система [ЭБС] «Айбукс.ру/ibooks.ru»
6. https://lib.ranepa.ru/ru/informatsionnye-resursy/russkoyazychnye-resursy/58-elibrary-ru - Научная электронная библиотека Elibrary.ru
7. http://www.edu.ru - Федеральный образовательный портал «Российское образование»
8. https://dlib.eastview.com – Информационный сервис «East View»
9. https://grebennikon.ru/ - Электронная библиотека Издательского дома «Гребенников», содержит полные тексты научно-практических журналов по маркетингу, менеджменту, финансам и управлению персоналом.
10. https://lib.ranepa.ru/ru/informatsionnye-resursy/zarubezhnye-resursy/49-ebsco-publishing – информационный ресурс EBSCO, содержащий издания по экономике, бизнесу, менеджменту и др.
11. https://rusneb.ru - Национальная электронная библиотека (НЭБ)
12. Справочно-правовая система «КонсультантПлюс».